

# Les Nombres

 Exercices d'entraînement complémentaires (série 2)

## Énoncés

### Exercice 1

On cherche tous les nombres entiers naturels de cinq chiffres vérifiant les deux conditions suivantes :

- leur écriture décimale n'utilise que deux chiffres différents ;
- la somme de leurs cinq chiffres est égale à 11.

1. Les chiffres 1 et 3 permettent d'écrire de tels nombres : en donner la liste complète.
2. Trouver toutes les autres paires de chiffres possibles pour écrire les nombres cherchés.
3. Combien y a-t-il de nombres entiers de cinq chiffres vérifiant les deux conditions ?

### Exercice 2

Ecrire le nombre  $3,0(675)$  sous la forme d'une fraction irréductible.

### Exercice 3

Calculer :

1.  $(1/2 - 1/4) \times 3/7 =$

2.  $(3/2) / (1/5 + 2/3) =$

3.  $(1 / (1 + 1/2)) / (1 + 1/2) =$

### Exercice.4

Ecrire sous la forme conventionnelle les nombres :

$$\sqrt{75} =$$

$$\sqrt{125} + \sqrt{80} =$$

$$1 / ((\sqrt{2} + \sqrt{3})) =$$

### Exercice 5

On appelle nombre d'or  $\Phi = \frac{(1 + \sqrt{5})}{2}$

1. Montrer que  $\Phi^2 - 1 = \Phi$

2. Montrer que  $1/\Phi = \Phi - 1$

## Corrigés

### Exercice 1

Soit  $\overline{abcde}$  les nombres cherchés.

On sait que :

$$a + b + c + d + e = 11$$

Décomposition de 11 en produit :

$$11 = 3 \times 3 + 2 \times 1$$

1. Liste complète des nombres de cinq chiffres avec 3 fois le chiffre 3 et 2 fois le chiffre 1 :

33311	11333
33113	13331
31133	13133
13313	31331
31313	33131

10 résultats possibles.

2. Autre paires de chiffres possibles :

$$11 = 2 \times 1 + 3 \times 3$$

$$11 = 2 \times 4 + 3 \times 1$$

$$11 = 1 \times 3 + 4 \times 2$$

$$11 = 1 \times 7 + 4 \times 1$$

$$11 = 3 \times 1 + 4 \times 2$$

Les nombres peuvent s'écrire avec deux fois le chiffre 1 et trois fois le chiffre 3

Ou deux fois le chiffre 4 et trois fois le chiffre 1 (4,4,1,1,1)

Ou Une fois le chiffre 3 et quatre fois le chiffre 2 (3, 2,2,2,2)

Ou une fois le chiffre 7 et quatre fois le chiffre 1 (7,1,1,1,1)

Ou une fois le chiffre 3 et quatre fois le chiffre 2 (3,2,2,2,2)

3. Pour le 4 et le 1 il y aura autant de nombres possibles qu'avec le 3 et le 1 soit

10. Pour les autres il y aura seulement cinq possibilités.

$$\text{Donc au total : } 3 \times 5 + 2 \times 10 = 35$$

35 nombres de cinq chiffres vérifient les deux conditions

### Exercice 2

$$x = 3,0\overline{675}$$

$$10x = 30,6\overline{75}$$

$$10000x = 30675,6\overline{75}$$

On soustrait les deux égalités précédentes et on obtient :

$$9990x = 30645$$

$$x = \frac{30645}{9990}$$

### Exercice 3

$$1. \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) \times \frac{3}{7} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{7} = \frac{3 \times 1}{4 \times 7} = \frac{3}{28}$$

$$2. \frac{\frac{3}{2}}{5 + \frac{2}{3}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{2} + \frac{10}{3}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{13}{6}} = \frac{3}{2} \times \frac{6}{13} = \frac{45}{26}$$

$$3. \frac{\frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}{1 + \frac{1}{2}} = 1$$

### Exercice 4

$$\sqrt{75} = \sqrt{3 \times 25} = \sqrt{3} \times \sqrt{25} = \sqrt{3} \times 5 = 5\sqrt{3}$$

$$\sqrt{125} + \sqrt{80} = 5\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = 9\sqrt{5}$$

$$\frac{1}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})} = \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{-1} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

### Exercice 5

$$1. \Phi^2 = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{1 + 2\sqrt{5} + 5}{4} = \frac{4}{4} + \frac{2 + 2\sqrt{5}}{4} = 1 + \Phi$$

Soit  $\Phi^2 - 1 = \Phi$

2.

$$\frac{1}{\Phi} = \frac{2}{(1 + \sqrt{5})} = \frac{2(1 - \sqrt{5})}{(1 - \sqrt{5})(1 + \sqrt{5})} = -\frac{2(1 - \sqrt{5})}{4} = -\frac{1 - \sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = \frac{\sqrt{5} - 1 + 1 - 1}{2} = \frac{\sqrt{5} + 1 - 2}{2} = \Phi - 1$$

Pour poursuivre les révisions et approfondir vos connaissances...

*Mathématiques 250 exercices, Mon cahier d'entraînement*, Daniel Motteau, Saïd Chermak, Nathan, 2023.

*Mathématiques-Français-Écrit 2024-2025*, Daniel Motteau, Saïd Chermak, Anne-Rozenn Morel, Nathan, 2023.

Retrouvez dans ces ouvrages les savoirs fondamentaux pour préparer les épreuves du CRPE, de nombreux exercices et des conseils méthodologiques.

