

## CALCUL ALGÈBRE, ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS

### Exemples de mise en équation

#### Énoncé :

##### Exercice 1

Julie a payé 17 euros pour 5 kg d'oranges et 1 kg de bananes. Fatima a payé 19 euros pour 3 kg d'oranges et 5 kg de bananes. **Quel est le prix d'un kilo d'oranges et d'un kilo de bananes ?**

##### Exercice 2

Une directrice d'école achète 53 cahiers de deux formats différents pour ses élèves. Le petit format est au prix de 1,50 € et le grand format au prix de 2 € l'unité. Sachant que sa dépense totale est de 97 €, combien de cahiers de petit et de grand format a-t-elle achetés ?

## Exemples de mise en équation

### Résolution :

#### Exercice 1

Soit  $x$  le prix de 1 kg d'oranges et  $y$  le prix de 1 kg de bananes.

Les deux indications fournies par l'énoncé nous permettent une mise en équations du

problème sous forme d'un système d'équations :

$$\begin{cases} 5x + y = 17 & (1) \\ 3x + 5y = 19 & (2) \end{cases}$$

#### • Résolution par la méthode par substitution

On exprime  $y$  en fonction de  $x$  dans l'équation (1) :  $y = 17 - 5x$ .

On remplace  $y$  par cette valeur dans l'équation (2) pour obtenir le système équivalent suivant :

$$\begin{cases} y = 17 - 5x \\ 3x + 5(17 - 5x) = 19 \end{cases}$$

Après développement puis simplification, on obtient :

$$\begin{cases} y = 17 - 5x \\ 3x + 85 - 25x = 19 \end{cases}$$

Après simplifications successives, on obtient :

$$\begin{cases} y = 17 - 5x \\ -22x = 19 - 85 \end{cases}$$

$$\text{d'où } \begin{cases} y = 17 - 5x \\ -22x = -66 \end{cases} \text{ soit } \begin{cases} y = 17 - 5x \\ x = \frac{-66}{-22} \end{cases} \text{ donc } \begin{cases} y = 17 - 5x \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\text{Puis en remplaçant } x \text{ par sa valeur } \begin{cases} x = 3 \\ y = 17 - 5 \times 3 \end{cases} \text{ d'où } \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

**Donc le prix d'un kilo d'oranges est de 3 € et celui d'un kilo de bananes est de 2 €.**

#### • Résolution par la méthode par combinaison linéaire

$$\begin{cases} 5x + y = 17 & (1) \times (-5) \\ 3x + 5y = 19 & (2) \end{cases}$$

On multiplie les deux membres de l'équation (1) par (-5) :

$$\begin{cases} -25x - 5y = -85 \\ 3x + 5y = 19 \end{cases}$$

Après une addition membre à membre des deux équations, on obtient :  $-22x = -66$ ,  
d'où  $x = 3$  puis on en déduit  $y = 2$ .

## Exemples de mise en équation

## Résolution (suite) :

## Exercice 2

1. Choix des inconnues : soit  $x$  le nombre de cahiers de petit format et  $y$  le nombre de cahiers de grand format.

2. Mise en équations du problème :

« un total de 53 cahiers » peut se traduire par  $x + y = 53$ .

« Une dépense totale de 97 € » peut se traduire par  $1,5x + 2y = 97$ .

On obtient donc le système suivant :

$$\begin{cases} x + y = 53 \\ 1,5x + 2y = 97. \end{cases}$$

3. Résolution du système : on choisit une méthode de résolution, par substitution ou par combinaison linéaire.

**Résolution par la méthode de substitution**

On exprime  $y$  en fonction de  $x$  dans la première équation : on a  $y = 53 - x$ .

Puis on remplace  $y$  par cette valeur dans la deuxième équation :

$1,5x + 2(53 - x) = 97$ , ce qui équivaut à  $1,5x + 106 - 2x = 97$ , ce qui équivaut à  $-0,5x = -9$  en appliquant la règle **R1**.

Puis en appliquant la règle **R2**, on en déduit que :

$$x = \frac{-9}{-0,5} = 18 \text{ et } y = 53 - 18, \text{ soit } y = 35.$$

$$\text{D'où } \begin{cases} x = 18 \\ y = 35 \end{cases}$$

**Résolution par la méthode de combinaison linéaire**

$$\begin{cases} x + y = 53 \\ 1,5x + 2y = 97 \end{cases}$$

Pour éliminer  $y$  par addition, il suffit de multiplier les deux membres de la première équation par  $-2$  ce qui donne  $(-2)(x + y) = -106$ , soit  $-2x - 2y = -106$ .

On obtient alors le système équivalent suivant :

$$\begin{cases} -2x - 2y = -106 \\ 1,5x + 2y = 97 \end{cases}$$

Après une addition membre à membre, on élimine les  $y$  car  $-2y + 2y = 0$ .

On obtient  $-2x + 1,5x = -106 + 97$ , soit  $-0,5x = -9$ .

Puis en appliquant la règle **R2**, on trouve :

$$x = \frac{-9}{-0,5} = 18 ; \text{ et } y = 53 - 18, \text{ d'où } y = 35.$$

$$\text{On a donc } \begin{cases} x = 18 \\ y = 35 \end{cases}$$

4. Vérification des résultats :  $\begin{cases} 18 + 35 = 53 \\ 1,5 \times 18 + 2 \times 35 = 97 \end{cases}$

**Conclusion**

La directrice a acheté 18 cahiers de petit format et 35 cahiers de grand format.

Pour poursuivre les révisions et approfondir vos connaissances...

*Mathématiques 250 exercices, Mon cahier d'entraînement*, Daniel Motteau, Saïd Chermak, Nathan, 2022.

*Mathématiques-Français-Écrit 2023-2024*, Daniel Motteau, Saïd Chermak, Anne-Rozenn Morel, Nathan, 2022.

Retrouvez dans ces ouvrages les savoirs fondamentaux pour préparer les épreuves du CRPE, de nombreux exercices et des conseils méthodologiques.

