

CALCUL ALGEBRIQUE, EQUATIONS ET INEQUATIONS

Exemples de mise en équation

Énoncé :

Exercice 1

Julie a payé 17 euros pour 5 kg d'oranges et 1 kg de bananes. Fatima a payé 19 euros pour 3 kg d'oranges et 5 kg de bananes. **Quel est le prix d'un kilo d'oranges et d'un kilo de bananes ?**

Exercice 2

Une directrice d'école achète 53 cahiers de deux formats différents pour ses élèves. Le petit format est au prix de 1,50 € et le grand format au prix de 2 € l'unité. Sachant que sa dépense totale est de 97 €, combien de cahiers de petit et de grand format a-t-elle achetés ?

Exemples de mise en équation

Résolution :

Exercice 1

Soit x le prix de 1 kg d'oranges et y le prix de 1 kg de bananes.

Les deux indications fournies par l'énoncé nous permettent une mise en équations du

problème sous forme d'un système d'équations :
$$\begin{cases} 5x + y = 17 & (1) \\ 3x + 5y = 19 & (2) \end{cases}$$

• Résolution par la méthode par substitution

On exprime y en fonction de x dans l'équation (1) : $y = 17 - 5x$.

On remplace y par cette valeur dans l'équation (2) pour obtenir le système équivalent suivant :

$$\begin{cases} y = 17 - 5x \\ 3x + 5(17 - 5x) = 19 \end{cases}$$

Après développement puis simplification, on obtient :

$$\begin{cases} y = 17 - 5x \\ 3x + 85 - 25x = 19 \end{cases}$$

Après simplifications successives, on obtient :

$$\begin{cases} y = 17 - 5x \\ -22x = 19 - 85 \end{cases}$$

$$\text{d'où } \begin{cases} y = 17 - 5x \\ -22x = -66 \end{cases} \text{ soit } \begin{cases} y = 17 - 5x \\ x = \frac{-66}{-22} \end{cases} \text{ donc } \begin{cases} y = 17 - 5x \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\text{Puis en remplaçant } x \text{ par sa valeur } \begin{cases} x = 3 \\ y = 17 - 5 \times 3 \end{cases} \text{ d'où } \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Donc le prix d'un kilo d'oranges est de 3 € et celui d'un kilo de bananes est de 2 €.

• Résolution par la méthode par combinaison linéaire

$$\begin{cases} 5x + y = 17 & (1) \times (-5) \\ 3x + 5y = 19 & (2) \end{cases}$$

On multiplie les deux membres de l'équation (1) par (-5) :

$$\begin{cases} -25x - 5y = -85 \\ 3x + 5y = 19 \end{cases}$$

Après une addition membre à membre des deux équations, on obtient : $-22x = -66$,
d'où $x = 3$ puis on en déduit $y = 2$.

Exemples de mise en équation

Résolution (suite) :

Exercice 2

1. Choix des inconnues : soit x le nombre de cahiers de petit format et y le nombre de cahiers de grand format.

2. Mise en équations du problème :

« un total de 53 cahiers » peut se traduire par $x + y = 53$.

« Une dépense totale de 97 € » peut se traduire par $1,5x + 2y = 97$.

On obtient donc le système suivant :

$$\begin{cases} x + y = 53 \\ 1,5x + 2y = 97. \end{cases}$$

3. Résolution du système : on choisit une méthode de résolution, par substitution ou par combinaison linéaire.

Résolution par la méthode de substitution

On exprime y en fonction de x dans la première équation : on a $y = 53 - x$.

Puis on remplace y par cette valeur dans la deuxième équation :

$1,5x + 2(53 - x) = 97$, ce qui équivaut à $1,5x + 106 - 2x = 97$, ce qui équivaut à $-0,5x = -9$ en appliquant la règle R1.

Puis en appliquant la règle R2, on en déduit que :

$$x = \frac{-9}{-0,5} = 18 \text{ et } y = 53 - 18, \text{ soit } y = 35.$$

$$\text{D'où } \begin{cases} x = 18 \\ y = 35 \end{cases}$$

Résolution par la méthode de combinaison linéaire

$$\begin{cases} x + y = 53 \\ 1,5x + 2y = 97 \end{cases}$$

Pour éliminer y par addition, il suffit de multiplier les deux membres de la première équation par -2 ce qui donne $(-2)(x + y) = -106$, soit $-2x - 2y = -106$.

On obtient alors le système équivalent suivant :

$$\begin{cases} -2x - 2y = -106 \\ 1,5x + 2y = 97 \end{cases}$$

Après une addition membre à membre, on élimine les y car $-2y + 2y = 0$.

On obtient $-2x + 1,5x = -106 + 97$, soit $-0,5x = -9$.

Puis en appliquant la règle R2, on trouve :

$$x = \frac{-9}{-0,5} = 18 ; \text{ et } y = 53 - 18, \text{ d'où } y = 35.$$

$$\text{On a donc } \begin{cases} x = 18 \\ y = 35 \end{cases}$$

4. Vérification des résultats : $\begin{cases} 18 + 35 = 53 \\ 1,5 \times 18 + 2 \times 35 = 97 \end{cases}$

Conclusion

La directrice a acheté 18 cahiers de petit format et 35 cahiers de grand format.

Pour poursuivre les révisions et approfondir vos connaissances...

Mathématiques 250 exercices, Mon cahier d'entraînement, Daniel Motteau, Saïd Chermak, Nathan, 2023.

Mathématiques-Français-Écrit 2024-2025, Daniel Motteau, Saïd Chermak, Anne-Rozenn Morel, Nathan, 2023.

Retrouvez dans ces ouvrages les savoirs fondamentaux pour préparer les épreuves du CRPE, de nombreux exercices et des conseils méthodologiques.

