

CALCUL ALGEBRIQUE, EQUATIONS ET INEQUATIONS

Autres exemples sur la resolution d'inéquations du premier degré

Enoncés :

Exercice 1

Résoudre les inéquations suivantes :

1 $3x - 2 < 7x + 18.$

2 $\frac{2x - 1}{5} - \frac{1}{2} < \frac{x - 3}{10} - 2.$

3 $(2x - 3)^2 - 1 > 4(x - 2)(x + 2).$

Exercice 2

Résoudre dans \mathbb{N} l'inéquation suivante : $-n + 6 < 10 - 3n.$

Exercice 3

Un ciné-club propose trois formules :

- formule A = un forfait de 72 € quel que soit le nombre de séances ;
- formule B = une carte d'abonnement de 40 € puis 2 € pour chaque séance ;
- formule C = 6 € la séance sans abonnement.

Comparer les différentes formules entre elles. Quelle est la plus rentable, la A, la B ou la C ?

Autres exemples sur la résolution d'inéquations du premier degré

Règle 3

On ne change pas le sens d'une inégalité en ajoutant ou en retranchant le même nombre aux deux membres de cette inégalité (on notera cette règle **R3** dans la suite du chapitre).

$$a < b \text{ équivaut à } a + c < b + c ; a < b \text{ équivaut à } a - c < b - c.$$

Règle 4

On ne change pas le sens d'une inégalité en multipliant ou en divisant ses deux membres par le même nombre **positif** non nul (on notera cette règle **R4** dans la suite du chapitre). Soit c un nombre positif non nul,

$$a < b \text{ équivaut à } ac < bc ; a < b \text{ équivaut à } \frac{a}{c} < \frac{b}{c}.$$

Règle 5

On change le sens d'une inégalité en multipliant ou en divisant ses deux membres par le même nombre **négatif** non nul (cette règle est notée **R5** dans la suite du chapitre). Soit c un nombre négatif non nul,

$$a < b \text{ équivaut à } ac > bc ; a < b \text{ équivaut à } \frac{a}{c} > \frac{b}{c}.$$

Corrigés :

Exercice 1

① $3x - 2 < 7x + 18.$

On ajoute $-7x + 2$ aux deux membres de l'inéquation (règle **R3**) :

$$3x - 2 - 7x + 2 < 7x + 18 - 7x + 2$$

$$3x - 7x < 18 + 2.$$

On peut appliquer la règle **R3** de façon plus simple : tout terme changeant de membre

doit changer de signe, $3x - 2 < 7x + 18$

Cela équivaut à $3x - 7x < 18 + 2$, soit $-4x < 20$.

Diviser les deux membres de l'inéquation par -4 change le sens de l'inégalité (règle **R5**) car $-4 < 0$.

On a donc $\frac{-4x}{-4} > \frac{20}{-4}$, d'où $x > -5$ ou $S =]-5 ; +\infty[$.

② $\frac{2x-1}{5} - \frac{1}{2} < \frac{x-3}{10} - 2.$

On met les deux membres de l'inéquation au même dénominateur (10), on a alors :

$$\frac{2(2x-1)}{10} - \frac{5}{10} < \frac{x-3}{10} - \frac{20}{10}.$$

$$\frac{2(2x-1)-5}{10} < \frac{x-3-20}{10}, \text{ donc } \frac{4x-2-5}{10} < \frac{x-23}{10}, \text{ donc } \frac{4x-7}{10} < \frac{x-23}{10}.$$

On multiplie les deux membres de l'inéquation par 10, le sens de l'inégalité reste inchangé car $10 > 4$ (règle **R4**).

Exercice 2

En appliquant la règle **R3**, on obtient :

$$-n + 3n < 10 - 6, \text{ soit } 2n < 4.$$

On divise les deux membres de l'inéquation par 2 (règle **R4**), on a alors $\frac{2n}{2} < \frac{4}{2}$ soit $n < 2$.

On en déduit l'ensemble des solutions $S = \{0 ; 1\}$, car n est un entier naturel.

Autres exemples sur la résolution d'inéquations du premier degré

Corrigés (suite) :

Exercice 3

Soit x le prix d'une séance.

– Formule A = 72 euros.

Ce forfait est indépendant de x .

– Formule B = $2x + 40$ euros.

– Formule C = $6x$ euros.

Comparer les formules revient à trouver la plus économique, d'où l'utilisation des inéquations.

1. Comparaison des formules A et B :

$$2x + 40 < 72 \text{ d'où } 2x < 72 - 40, 2x < 32, x < 16.$$

Pour moins de 16 séances, il faut préférer la formule B à la formule A.

2. Comparaison des formules A et C :

$$6x < 72 \text{ d'où } x < \frac{72}{6} \text{ (règle R4) et } x < 12.$$

Pour moins de 12 séances, il faut préférer la formule C à la formule A.

3. Comparaison des formules B et C :

$$2x + 40 < 6x \text{ d'où } 2x - 6x < -40 \text{ et } -4x < -40$$

$$x > \frac{-40}{-4} \text{ (changer de sens) (règle R5) donc } x > 10.$$

Pour plus de 10 séances, il faut préférer la formule B à la formule C.

4. Conclusion

– Pour les non-cinéphiles (jusqu'à 10 séances à l'année), il faut prendre la formule C.

– Entre 11 et 15 séances par an, la formule B est la plus rentable des trois.

– À partir de 16 séances, il faut choisir la formule A.

- Mathématiques – Écrit

Pour poursuivre les révisions et approfondir vos connaissances...

Mathématiques 250 exercices, Mon cahier d'entraînement, Daniel Motteau, Saïd Chermak, Nathan, 2023.

Mathématiques-Français-Écrit 2024-2025, Daniel Motteau, Saïd Chermak, Anne-Rozenn Morel, Nathan, 2023.

Retrouvez dans ces ouvrages les savoirs fondamentaux pour préparer les épreuves du CRPE, de nombreux exercices et des conseils méthodologiques.

